

Ficha técnica

Descubriendo el coseno de la suma y resta de ángulos

Autor. Eunice Daniela Mendoza Daniel

Elaboración. 21/03/2025

Última modificación. 14/05/2025

Nivel educativo: Tercer semestre de bachillerato (grado 11)

Estándar: Geometría

Objetivo: Descubrir las fórmulas para $\cos(x \pm y)$, a través de la exploración de triángulos construidos con razones trigonométricas. A partir de la manipulación geométrica, los estudiantes podrán identificar patrones que los lleven a formular conjeturas y generalizar las identidades trigonométricas del coseno de la suma y diferencia de ángulos.

Fundamento didáctico: La actividad está diseñada con base en los principios de la perspectiva didáctica de resolución de problemas (Barrera et al., 2021), la cual es una aproximación de aprendizaje por descubrimiento. La actividad se basa en el enfoque del aprendizaje por descubrimiento, apoyado por el constructivismo de Piaget, donde el conocimiento se construye activamente a través de la exploración, la observación y la justificación. Según Piaget, los estudiantes construyen su comprensión mediante la interacción con su entorno y la resolución de problemas, lo que les permite modificar sus esquemas cognitivos a medida que enfrentan nuevos desafíos. En lugar de memorizar las fórmulas trigonométricas de manera pasiva, se busca que los estudiantes descubran por sí mismos las relaciones entre las funciones trigonométricas, como el coseno de la suma de ángulos, a través de la experiencia directa con figuras geométricas y valores numéricos. Este enfoque fomenta la asimilación y acomodación de nuevas ideas, promoviendo el equilibrio cognitivo, donde los estudiantes ajustan y expanden su conocimiento en función de sus descubrimientos. Además, el docente actúa como guía, apoyando a los estudiantes dentro de su zona de desarrollo próximo para que puedan alcanzar una comprensión profunda y significativa de los conceptos, desarrollando habilidades de razonamiento y justificación que trascienden la simple memorización.

Relevancia del contenido matemático: Comprender las fórmulas del coseno de la suma y diferencia de ángulos es fundamental no sólo porque permiten simplificar expresiones trigonométricas, sino porque son la base para resolver problemas trigonométricos más complejos que se encuentran en áreas avanzadas de las matemáticas y la física (Morales Peralta, 2024). En bachillerato es importante ya que permite realizar derivadas e integrales de manera más sencilla.

Consideraciones: Esta actividad está diseñada para estudiantes que ya cursaron un curso de álgebra y además conocen la definición de coseno y seno en triángulos rectángulos.

Sugerencias para la implementación de la actividad: Antes de que los estudiantes deduzcan la fórmula final de $\cos(x+y)$ y $\cos(x-y)$, se sugiere invitar a los estudiantes a anticipar cómo creen que podría ser la expresión ya que esto promueve el pensamiento crítico y activa conocimientos previos.

Una vez que hayan completado las preguntas y obtenido sus fórmulas, es recomendable que los alumnos comparan sus resultados con los de sus compañeros o que discutan en grupo cómo llegaron a sus conclusiones. Esta interacción no solo permite identificar errores o confirmar aciertos, sino que también fortalece la comprensión conceptual a través del intercambio de ideas.

Referencias:

Asesoría Académica. (2023, Abril 18). *Demostración de la identidad trigonométrica del seno de la suma de ángulos: Paso a paso | shorts* [Video]. YouTube
<http://bit.ly/42Wpxw>

Asesoría Académica. (2023, Abril 20). *Cómo demostrar la identidad del coseno de la resta entre ángulos fácil*. Tutorial de Trigonometría [Video]. YouTube.
<https://bit.ly/4m4Hu7K>

Barrera-Mora, F., Reyes-Rodriguez, A., Campos-Nava, M., y Rodriguez-Alvarez, C. (2021). Resolución de problemas en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. *PADI Boletín Científico de Ciencias e Ingenierías del ICBI*, 9 (especial), 10-17.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.

Morales Peralta, Y. (2024, julio 3). *Fórmulas de suma y diferencia de ángulos*. Docentes Digitales TV. <https://bit.ly/3SH5eBm>

Sullivan, M. (2024). *Precalculus: Concepts through functions, a unit circle approach to trigonometry* (5th ed.). Pearson Education.