

Ficha técnica

Relación entre el volumen del cubo y una pirámide de base cuadrada de misma base y altura que el cubo.

Autor. José Calixto Márquez Sevilla

Elaboración. 20/03/2025

Última modificación. 01/03/2025

Nivel educativo: Tercero de secundaria

Estándar: Medida

Objetivo. Descubrir la relación que existe entre el volumen de una pirámide de base cuadrada y un cubo de la misma medida de la base y altura de la pirámide, mediante la manipulación de modelos físicos. A través de la observación y análisis de patrones al llenar la pirámide con arroz y vaciar el contenido en un cubo, el estudiante será capaz de derivar inductivamente la fórmula para el volumen de la pirámide, fortaleciendo sus competencias en el uso de la medida en geometría.

Fundamento didáctico. Esta actividad se basa en el enfoque de aprendizaje constructivista, promovido por teorías como las de Piaget y Vygotsky, donde el estudiante construye su conocimiento a partir de la interacción con objetos, es decir, a través de la experiencia directa. En este caso, el estudiante no solo memoriza la fórmula del volumen de una pirámide ($V = 1/3 * A * h$), sino que descubre su origen observando cómo el volumen de la pirámide de base cuadrada se relaciona con el volumen de un cubo.

El uso de materiales manipulativos en el aula permite que los estudiantes construyan modelos mentales más sólidos de conceptos espaciales como volumen y superficie (Ballester & Pérez, 2004). Según Godino, Batanero y Font (2007), el análisis de la actividad matemática se centra en las prácticas de las personas que resuelven determinados problemas matemáticos, considerando los objetos y procesos intervenientes. Su aplicación a la visualización lleva a distinguir entre "prácticas visuales" y "prácticas no visuales" o simbólico/analíticas. El componente visual es clave en la comprensión del tipo de tarea y en

la formulación de conjeturas, mientras que el componente analítico lo es para la generalización y justificación de las soluciones.

Además, el aprendizaje debe ser activo, basado en la manipulación y experimentación con objetos reales, lo que ayuda a que los estudiantes comprendan de forma más intuitiva los conceptos matemáticos. Este enfoque se alinea con las propuestas de Bruner (1996), quien destaca la importancia de la representación en la enseñanza de las matemáticas.

En términos de medida, el contenido se alinea con los estándares del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), que promueven el desarrollo de competencias espaciales y la comprensión de figuras tridimensionales como pirámides y cubos. Además, se toma como base el enfoque de resolución de problemas propuesto por el NCTM, que fomenta el razonamiento matemático, la formulación de conjeturas y la deducción de fórmulas a partir de la observación de patrones.

Además, el estudio de los cuerpos geométricos en secundaria permite a los alumnos desarrollar una comprensión del espacio, el uso de fórmulas para calcular áreas y volúmenes, así como su aplicación en contextos reales (SEP, 2006, p. 43).

Relevancia del contenido matemático. El cálculo de volúmenes es una habilidad matemática esencial en la geometría (Godino, Batanero & Font, 2007)., especialmente para la comprensión de las propiedades de los sólidos tridimensionales y esta actividad permite a los estudiantes comprender conceptos clave como la relación entre dimensiones, patrones de medida y proporciones. Además, el proceso de deducción del volumen de la pirámide establece una conexión directa con otras figuras geométricas, como el cubo y el prisma rectangular, lo que facilita la comprensión de relaciones espaciales y la generalización de fórmulas.

Esta actividad no solo tiene un valor académico importante, sino que también tiene aplicaciones prácticas en la vida cotidiana, por ejemplo, en áreas como la arquitectura, la ingeniería y la fabricación de objetos tridimensionales. De igual manera, el ejercicio de descubrimiento y el trabajo manual nos lleva a la resolución de problemas que fomenta el pensamiento crítico, la lógica matemática y la capacidad de razonamiento abstracto,

competencias clave en la formación integral del estudiante. Al desarrollar estos aspectos, los estudiantes no solo se preparan para abordar problemas geométricos, sino también para enfrentarse a situaciones complejas en otros contextos académicos y profesionales.

Materiales didácticos a emplear:

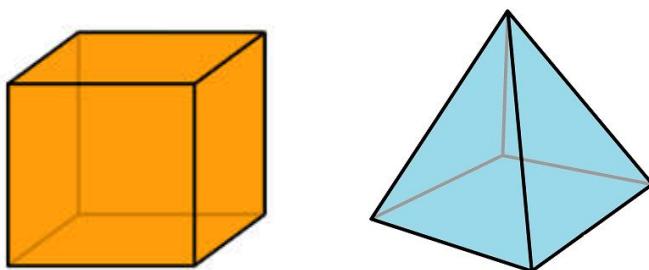
- Cubos elaborados con un material resistente que no presente deformaciones, por ejemplo, papel cascarrón, madera (3 de diferente tamaño, por ejemplo, centímetros.).
Medidas recomendadas de los cubos 3, 5, 6 por lado (centímetros)
- Pirámides de base cuadrada hechas del mismo material que los cubos (3 de diferente tamaño, deben ser de acuerdo a la medida de cada cubo)
- Arroz o arena lo suficiente para llenar los cubos (se recomienda utilizar un material fino para tener una mejor precisión).
- Regla, papel y lápiz.

Se le entregará al estudiante una pareja de cuerpos geométricos, un cubo y una pirámide con la misma base y la misma altura, por ejemplo, un cubo de lado 3 y la pirámide de base cuadrada de lado 3.

Consideraciones:

La actividad se aplicará a un alumno de escolaridad secundaria, asumimos que sabe cómo calcular el volumen de un cubo, así como también calcular el área de figuras básicas como cuadrado y triángulo. (solo se toma en cuenta el caso para cuando es una pirámide con base cuadrada)

Referencia en ilustraciones de los cuerpos geométricos:



Respuestas esperadas de los estudiantes.

a. ¿Qué significa “altura” en un cuerpo geométrico?

La altura es la distancia desde la base de una figura hasta el punto más alto del cuerpo geométrico.

b. ¿Qué es el volumen de un objeto?

El volumen es el espacio que ocupa un objeto, por ejemplo, el volumen de una caja es cuánta agua cabe dentro.

c. ¿Cómo se calcula el volumen de un cubo?

Se calcula multiplicando el tamaño de uno de sus lados por sí mismo tres veces, es decir,
 $V = l^3$ (lado al cubo).

d. ¿Cómo cambia el volumen del cubo si se cambia la longitud de un lado?

Si cambias el tamaño de la base o de la altura, el volumen cambiará, aumentando o disminuyendo.

PARA LA ACTIVIDAD.

Toma la pareja de cuerpos geométricos de medida 3, llena la pirámide de base cuadrada con arroz y vacía el contenido en el cubo.

1. ¿Cuál es el volumen del cubo?

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

2. ¿Cuántas veces vaciaste el contenido de la pirámide en el cubo para que se llenará?

3 veces

Ahora toma la pareja de cuerpos geométricos de medida 5, llena nuevamente la pirámide con arroz y vacía el contenido en el cubo.

3. ¿Cuál es el volumen del cubo?

$$5 \times 5 \times 5 = 125$$

4. ¿Cuántas veces vaciaste el contenido de la pirámide en el cubo para que se llenará?

3 veces

Toma la pareja de cuerpos geométricos de medidas 6, al igual que antes llena la pirámide con arroz y vacía el contenido en el cubo.

5. ¿Cuál es el volumen del cubo?

$$6 \times 6 \times 6 = 216$$

6. ¿Cuántas veces vaciaste el contenido de la pirámide en el cubo para que se llenará?

3 veces

7. ¿Qué pasa con el volumen de la pirámide cuando aumentas el tamaño de la base y de la altura también la del cubo?

Cuando aumentas la altura y la base la pirámide de base cuadrada y del cubo la pirámide sigue cabiendo 3 veces en el cubo.

8. ¿Qué observas en relación al volumen del cubo y la pirámide de base cuadrada?

Sin importar el tamaño de las figuras, mientras tengan la misma base y altura la pirámide cabe tres veces en el cubo

9. Escribe una fórmula para hallar el volumen de una pirámide de base cuadrada a partir de la base y la altura del cubo.

$$V = \frac{l^3}{3} \text{ (lado al cubo entre 3).}$$

¿Cómo se relaciona el volumen de la pirámide de base cuadrada con el volumen del cubo cuando ambos tienen la misma base?

El volumen de la pirámide es una tercera parte del volumen del cubo.

¿Qué elementos son necesarios para calcular el volumen de la pirámide de base cuadrada?

Necesitamos conocer la medida de la base y la altura

¿Te resultó difícil encontrar la fórmula del volumen de la pirámide? ¿Qué parte del proceso fue más desafiante?

¿Puedes dar un ejemplo práctico de un uso en la vida real donde necesitemos calcular el volumen de una pirámide?

Referencias

- Ballester, M. Á., & Pérez, M. J. (2004). Materiales manipulativos en el aprendizaje de la geometría. *Revista Suma*, (46), 53-61.
- Bruner, J. (1960). *The Process of Education*. Harvard University Press.
- Dienes, Z. (1973). *El Enfoque del Aprendizaje Matemático a través de la Exploración y el Descubrimiento*. Cambridge University Press.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). *Didáctica de la matemática: Un enfoque teórico-práctico*. Editorial Graó.
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Piaget, J. (1970). *La Psicología y la Pedagogía de la Educación*. Ediciones Morata.
- Secretaría de Educación Pública. (2006). *Educación Básica. Secundaria. Matemáticas. Programas de estudio 2006*.
- Vygotsky, L. S. (1978). *El Desarrollo de los Procesos Psíquicos Superiores*. Editorial El Ateneo.