

## Ficha técnica

### MEA: Proyecto de recolección de PET

Eduardo Espinosa Ramírez y Juan Luis Ibarra Rodríguez

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo.

#### I. Introducción:

La tarea denominada “Proyecto de recolección de PET” es una *Model Eliciting Activity* (abreviado como MEA). La MEA fue diseñada para estudiantes de Telesecundaria, la cual se ubica en un contexto semiurbano en el municipio de Tula de Allende, Hidalgo. El municipio de Tula de Allende se caracteriza por empresas industriales de producción nacional como son: la Refinería Miguel Hidalgo, CFE Termoeléctrica de Tula, la empresa Barcel, entre otras actividades comerciales.

La escuela telesecundaria cuenta con 6 grupos, 2 de cada grado, con una matrícula de 98 alumnos, de los cuales la mayoría pertenece a familias de nivel socioeconómico bajo a medio.

La MEA se diseñó con base en los seis principios establecidos por Richard Lesh (2003):

1. ***Principio de la realidad.*** La tarea busca ser cercana a las experiencias de los estudiantes, así como a su conocimiento. La actividad de calentamiento inicial permite identificar qué tanto saben sobre el tema de reciclaje, si es que ellos han participado en actividades escolares o en su misma casa han tenido la oportunidad de reciclar materiales para obtener recursos monetarios. En la segunda actividad de calentamiento el estudiante deberá trabajar en equipo (3 a 4 integrantes), para investigar un poco más sobre el reciclado de materiales, impacto al medio ambiente, productos hechos a partir de materiales reciclados y métodos de reciclaje, el propósito es conocer qué tan cercano puede llegar a ser el tema de reciclaje para ellos, lo cual se verá reflejado al realizar la exposición sobre los puntos anteriormente mencionados, conclusiones y propuestas que realizaron.
2. ***Principio de la construcción de modelos.*** Este principio tiene como finalidad involucrar al estudiante en la actividad de modelación, es decir la tarea tiene como propósito la construcción y refinamiento de un modelo a partir de la solicitud de un “cliente”. La actividad principal “Proyecto de recolección de PET” se plantea en un contexto en el que la directora de la escuela secundaria desea participar en el proyecto que SEMARNAT y SEP lanzan, así que asigna al profesor Arturo a organizar a los estudiantes con la meta de recolectar 3.5

toneladas. Lo anterior permite que los estudiantes diseñen modelos aritméticos, algebraicos, tabulares o gráficos, los cuáles son algunas de las propuestas de modelos que se anexan como rutas de solución. Por equipo, los estudiantes tendrán la “*Rúbrica:heteroevaluación de MEA*”, la cual les permitirá conocer los criterios de evaluación que deberán tomar en cuenta para su modelo.

3. ***Principio de la autoevaluación.*** Los estudiantes evalúan la utilidad del modelo que ellos han diseñado para reconocer si cumple con las expectativas que el cliente solicitó. La actividad de autoevaluación se realiza después que presentan los equipos la exposición frente a clase explicando el modelo creado y comparándolo con el de sus compañeros, por lo que se les entregará a todos los estudiantes el *Cuestionario: “Autoevaluación de MEA”*. Los estudiantes deben ser capaces de utilizar la retroalimentación recibida para ajustar y mejorar sus modelos y habilidades de modelado.
4. ***Principio de documentación del modelo.*** Permite comprender tanto como sea posible los procesos cognitivos de la manera en que llevaron a cabo los estudiantes el diseño del modelo para hallar la solución. Durante el proceso de la aplicación de MEA, los estudiantes establecen metas, llevan el registro de recolección por cantidad de alumnos en cada grupo, de los pesos logrados durante el transcurso de días y meses, con el cual analizarán los datos y verificarán si es viable el cumplimiento de la meta en el periodo establecido para el diseño de su modelo, en caso de registrarse datos no satisfactorios se realizarán los ajustes necesarios y lo informarán durante la exposición plenaria. Por ello, como parte de la rúbrica, se les solicita a los estudiantes que entreguen al profesor las evidencias de intentos realizados, cálculos, y anotaciones derivadas de la tarea.
5. ***Principio de la reutilización del modelo.*** Este principio promueve la idea de que los modelos son herramientas flexibles y adaptables que pueden ser utilizadas y modificadas para resolver una variedad de problemas y situaciones similares. Al desarrollar la tarea, los estudiantes pueden examinar si el modelo puede ser aplicable para casos que aborden temas de recolección y reciclaje de otros materiales, o ajustarse a un contexto similar, lo que implicaría modificar variables, cambiar relaciones o ajustar componentes del modelo para adaptarse a la nueva situación.

6. ***Principio de la generalización del modelo.*** El principio implica la reutilización del modelo más allá del contexto original, es decir el desarrollo del modelo propuesto podrá aplicarse para otra situación.

## **II. Diseño de la MEA**

### **2.1 Actividad de calentamiento**

La actividad de calentamiento fue diseñada en dos partes. La primera parte involucra la participación individual del estudiante en la lectura de una noticia que aborda la construcción de un aula de usos múltiples a partir de materiales reciclados en un bioparque en la ciudad de Pachuca. En la segunda parte, los estudiantes trabajarán en pequeños grupos (3-4 integrantes) para realizar una búsqueda de información en la red sobre el tema de reciclaje e impacto al medio ambiente, para después realizar una breve exposición frente a grupo.

Las actividades de calentamiento anteriormente descritas, buscan que los estudiantes se involucren en el contexto planteado, compartiendo experiencias personales, conocimientos adquiridos en clases y todo aquello que les permita ver esa tarea como algo cotidiano.

### ***2.2 Actividad principal***

La actividad principal de la MEA fue nombrada como “Proyecto de Recolección de PET” (versión 1.0) el contexto de la tarea toma como base los proyectos que realizan la SEMARNAT y SEP para el cuidado del medio ambiente, de esta manera se redacta una noticia ficticia la cual solicita que los estudiantes de educación secundaria participen en la recolección de PET para aprender sobre el cuidado del medio ambiente y obtener recursos para dar mantenimiento a una de las aulas de la escuela.

### III. Rutas de solución

En esta sección se abordan las posibles soluciones que los estudiantes podrían generar con base a las propuestas del equipo de diseño de la tarea, debido a que en esta versión de la MEA, aún no ha sido implementada en el aula.

Independientemente de la ruta que el estudiante trace, debe investigar en internet las especificaciones técnicas sobre el peso de las botellas de PET que indica la tarea para lo cual podría elaborar una tabla como la que se muestra a continuación.

Capacidad	Peso
350 ml	17 g
600 ml	19 g
1000 ml	24 g
1500 ml	28 g
2000 ml	46 g
3000 ml	56 g
Tapas	2 g

#### 3.1 Modelo basado en operaciones aritméticas

Con la información proporcionada al estudiante como la cantidad promedio de recolección de botellas al día, el precio de PET por kilo, cantidad de estudiantes (hombres y mujeres) que integran cada grado y las especificaciones de peso que ellos investigaron deberían realizar las siguientes operaciones:

*Alumnos de 1º grado:*

$$(20 \times 19 \text{ g}) + (17 \times 17 \text{ g}) = 669 \text{ g}$$

*Alumnos de 2º grado:*

$$(12 \times 28 \text{ g}) + (15 \times 24 \text{ g}) = 696 \text{ g}$$

*Alumnos de 3º grado:*

$$(20 \times 56 \text{ g}) + (14 \times 46 \text{ g}) = 1,764 \text{ g}$$

*Tapas de botellas*

$$(98 \times 2 \text{ g}) = 196 \text{ g}$$

Las operaciones anteriores sirven para determinar el peso en gramos de una botella por alumno recolectada al día, después las cantidades anteriores se suman y el resultado se multiplica por 3, que es el promedio de botellas que puede recolectar un alumno por día.

$$3 \times (669 \text{ g} + 696 \text{ g} + 1,764 \text{ g} + 196 \text{ g}) = 3 \times (3,325 \text{ g}) = 9,975 \text{ g}.$$

En un día se pueden recolectar 9,975 g, es decir 9.975 kg.

El estudiante puede hacer la conversión de gramos a kilogramos para comprender mejor la magnitud, lo mismo aplica para realizar la conversión de toneladas a kilogramos..

- (a) En el primer punto se aclara que la recolección comienza desde el 1 de agosto y terminará el 30 de junio.

Por lo que el estudiante puede considerar los meses que tienen 30,31 y 29 días durante el ciclo escolar. Por lo que hay seis meses con 31 días, cuatro con 30 días y uno de 29 días, por lo que se cuenta con 335 días para realizar la actividad de recolección.

Conociendo que en un día los 98 estudiantes pueden recolectar 9.975 kg y desean saber en cuantos días pueden recolectar 3,500 kg de PET pueden realizar una división para encontrar la proporción:

$3500 \text{ kg} / 9.975 \text{ kg} \approx 350.87$ , es decir que en aproximadamente 351 días se podría recolectar las tres toneladas y medias.

Por lo que el estudiante lo puede verificar realizando una multiplicación ( $351 * 9.975 = 3,501.225 \text{ kg}$ ), dándose cuenta que requiere de 16 días adicionales para alcanzar la meta de recolección. Por lo que en el reporte deberá explicar la necesidad de considerar unos días adicionales.

- (b) Conocer en cuántos meses se logra recolectar la primera tonelada con la participación de todo el alumnado.

El estudiante sabe que la recolección comenzará desde el 1 de agosto, entonces se espera que obtenga en primer lugar la cantidad de días y después los convierta a meses tomando de referencia el mes de agosto como punto de partida, por lo que deberá determinar la proporción de los 1000 kg (1 tonelada) de la siguiente manera:

$1000 \text{ kg} / 9.975 \text{ kg} \approx 100.25$  aproximadamente en cien días, pero al hacer la multiplicación ( $100 * 9.975 = 997.5$ ) el estudiante se habrá dado cuenta que le hacen falta 2.5 kg, así que deberá considerar un día más es decir 101 días. Entonces deberá contabilizar los días que contiene cada mes iniciando desde agosto, por lo que deberá concluir que necesita de tres meses y 9 días para recolectar la primera tonelada ( $101 * 9.975 = 1,007.475$ ) teniendo un sobrante de 7.475 kg.

- c) ¿Cuánto dinero se juntara en el primer mes, en el segundo mes y el sexto mes de recolección?

Precio del PET \$ 4.50 por kilogramo

**En el primer mes se habrá recolectado ( 31 días \* 9.975 kg/ día= 309.225 kg)**

$\$4.50 * 309.225 \approx \$ 1,391.50$

**En el segundo mes se habrá recolectado (61 días \* 9.975 kg/ día= 608.475 kg)**

$\$4.50 * 608.475 \approx \$ 2,738.00$

**En el sexto mes se habrá recolectado ( 184 días \* 9.975 kg/día= 1835.4 kg)**

\$4.50\*1835.4 ≈ \$ 8,259.00

### 3.2 Modelo tabular.

La información anterior puede ordenarse haciendo uso de una hoja de cálculo de EXCEL en la que se puede formular para realizar los cálculos de manera más rápida y sencilla.

Grado	Sexo	No.Alumnos	B. PET (ml)	Peso (g).	Prom por día	Cant. Botellas	Total (g)
1	H	20	600	19	3	60.0	1,140.0
1	M	17	350	17	3	51.0	867.0
2	H	12	1,500	28	3	36.0	1,008.0
2	M	15	1,000	24	3	45.0	1,080.0
3	H	20	3,000	56	3	60.0	3,360.0
3	M	14	2,000	46	3	42.0	1,932.0
		98				294.0	9,387.0
Tapas							
No alumnos				Prom por día	Peso (g).	Total (g)	
98				3	2	588	
Cantidad de botellas y tapas recolectadas por día en g							9,975
Cantidad de botellas y tapas recolectadas por día en kg							9.975

Mes	No. Mes	Cant. Días	Pet recolectado en Kg	Kg de PET Acumulado	Venta por Mes (\$4.50 por kg)	Acumulado de ventas
Agosto	1	31	309.23	309.23	\$ 1,391.51	\$ 1,391.51
Septiembre	2	30	299.25	608.48	1,346.63	2,738.14
Octubre	3	31	309.23	917.70	1,391.51	4,129.65
Noviembre	4	30	299.25	1,216.95	1,346.63	5,476.28
Diciembre	5	31	309.23	1,526.18	1,391.51	6,867.79
Enero	6	31	309.23	1,835.40	1,391.51	8,259.30
Febrero	7	29	289.28	2,124.68	1,301.74	9,561.04
Marzo	8	31	309.23	2,433.90	1,391.51	10,952.55
Abril	9	30	299.25	2,733.15	1,346.63	12,299.18
Mayo	10	31	309.23	3,042.38	1,391.51	13,690.69
Junio	11	30	299.25	3,341.63	1,346.63	15,037.31
Julio	12	16	159.60	3,501.23	718.20	15,755.51
		351	3,501.23		\$ 15,755.51	

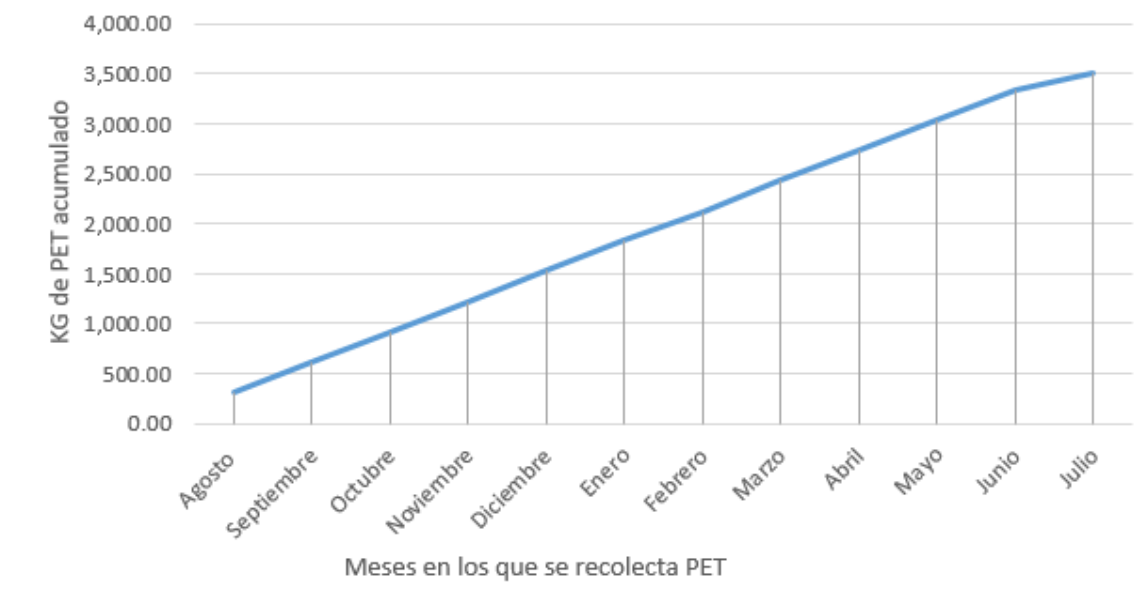
El concentrado presenta la información de manera más organizada, lo cuál le permitirá al estudiante visualizar mes a mes la cantidad en Kg y dinero que podría recibir por la venta de PET.

### 3.3 Modelo Gráfico.

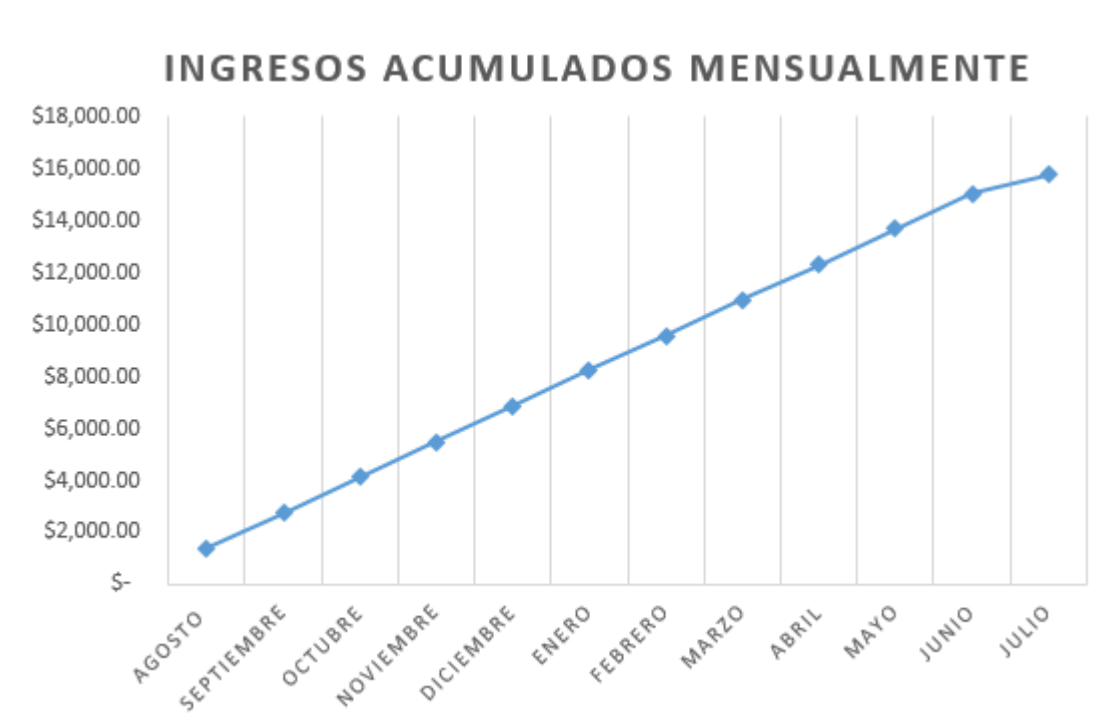
A partir de la información concentrada en las tablas que el estudiante construyó se puede generar un gráfico en EXCEL que le permita visualizar la información solicitada en la pregunta número 1.



Con un segundo gráfico, se puede utilizar la información de los KG de PET acumulados y los meses en los que se recolecta PET para responder a la pregunta número 2, cabe señalar que los estudiantes utilizando las tablas podrán aproximarse en conocer entre qué meses se logró la recolección de la primera tonelada.



En el tercer gráfico concentra la información relacionada a las ventas realizadas mes a mes, lo cuál permitirá al estudiante conocer cuál será el ingreso a obtener al final del periodo propuesto.



### 3.4 Modelo algebraico

Los estudiantes para abordar la tarea podrán representar la información de manera algebraica, de tal forma que identificarán qué elementos representan constantes y variables en el contexto proporcionado, por lo que conseguirán crear un modelo algebraico que les permita conocer la cantidad diaria en (g) de botellas recolectadas de "F, S o T" grado, el total de botellas recolectadas al día por los tres grados escolares en kg, el número de días para recolectar "N Kg" de PET, el número de meses para recolectar "N Kg" de PET (M) y la ganancia obtenida en un periodo de "N meses" por la venta de PET (G) .

Cabe aclarar que la variable N en este modelo representa cantidades ya sea de días, meses o Kg. Las variables F, S y T representarán a los grupos de primero, segundo y tercer grado respectivamente.

Cantidad diaria en (g) de botellas recolectadas de "F,S o T" grado	
P= Promedio de recolección de botellas de PET por día	$P[(HX)+(MY)+ T(H+M)]=$
H= Cantidad de hombres de "N" grado	
M= Cantidad de mujeres de "N" grado	
X= Peso en (g) de botella de PET que le corresponde a hombres de "N" grado	
Y= Peso en (g) de botella de PET que le corresponde a mujer de "N" grado	
T= Peso de taparroasca.	

Total de botellas recolectadas al día por los tres grados escolares en kg (R)	
F= Cantidad diaria en (g) de botellas recolectadas por 1° grado	$R = \frac{F + S + T}{1000}$
S= Cantidad diaria en (g) de botellas recolectadas por 2° grado	
T= Cantidad diaria en (g) de botellas recolectadas por 3° grado	



Número de días para recolectar "N Kg" de PET	
R= Total de botellas recolectadas al día por los tres grados escolares en kg	$TD = \frac{k}{R}$
k= Cantidad de Kilogramos	

Como observación adicional, la tarea requiere la recolección de 3.5 toneladas de PET. Podría ser beneficioso sugerir al estudiante realizar la conversión de toneladas a kilogramos para simplificar los cálculos necesarios. La ecuación anterior puede ser propuesta por algunos estudiantes considerando que el periodo de recolección de PET es del 1 de agosto al 30 de junio, es decir 335 días. El estudiante sabe que no todos los meses tienen la misma cantidad de días, por lo que podrá representar esa situación de la siguiente forma:

$$31 + (31 - 1) + 31 + (31 - 1) + 31 + 31 + (31 - 2) + 31 + (31 - 1) + 31 + (31 - 1) = 335$$

$$31 + 31 + 31 + 31 + 31 + 31 + 31 + 31 + 31 + 31 + 31 - 1 - 2 - 1 - 1 = 335 \text{ días}$$

$$31(11) - 6 = 335 \text{ días.}$$

$$(a) 31M - 6 = 335 \text{ días}$$

Despejando (a) nos permitirá conocer un aproximado de meses a partir de los días conocidos.

Número de meses para recolectar "N Kg" de PET (M)	
TD= Número de días para recolectar "N kg" de PET	$M = \frac{TD + 6}{31}$

Ganancia obtenida en un periodo de "N meses" por la venta de PET (G)	
u= Número de meses con 31 días	$G = 4.50 ( 309.23 u + 299.25v )$
v= Número de meses con 30 días	

#### 4. Tiempos de implementación sugerida

Actividad	Tiempo estimado
De calentamiento (individual)	30 min
De calentamiento (equipo)	60 min
Principal ( Proyecto de recolección de PET)	60 min
Exposición plenaria	25 min
Autoevaluación	15 min

## Referencias:

Canal Medio Ambiente. (26 de abril de 2021). *Semarnat en coordinación con la SEP, impulsan la educación ambiental en las escuelas* [Archivo de video]. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=TXcuBMmIQzY>

Lesh, R., Doerr, H., (2003). Beyond constructivism: models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching. Lawrence Erlbaum, Mahwah.

Soriano, B. (2023, julio 26). El Sol de Hidalgo. Recuperado el 28 de octubre 2023 de <https://www.elsoldehidalgo.com.mx/local/inauguran-aula-sustentable-en-pachuca-10438292.html>